

LXIV олимпиада по математике учащихся Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 17 января 2017 года
IX класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Алекс и Кевин начали тренировку по бегу на кругу стадиона длиной 200 метров. Каждый мальчик бежал с постоянной скоростью. Сначала Алекс бежал так медленно, что Кевин пробежал мимо него через каждые 2 минуты. Чтобы бежать быстрее Кевина, Алекс увеличил свою скорость в два раза и теперь он пробежал мимо Кевина через каждые 6 минут. С какой скоростью (км/ч) все время бежал Кевин?

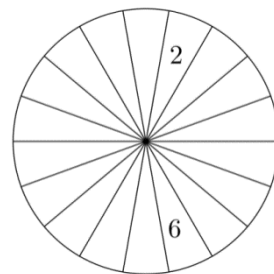
2. Должны ли натуральные числа a и b заканчиваться одной и той же цифрой, если известно что

а) числа $a + 3b$ и $b + 3a$ заканчиваются одной и той же цифрой;

б) числа $2a + 5b$ и $2b + 5a$ заканчиваются одной и той же цифрой?

Если ответ „да“, то докажи утверждение. Если ответ „нет“, то приведи конкретный пример.

3. Круг разделен на 18 секторов. В каждый сектор необходимо записать одно положительное число так, чтобы оно было равно произведению двух чисел, записанных в соседних с ним секторах. Два числа (2 и 6) уже записаны в секторах. Найди сумму всех чисел, записанных в секторах.



4. Рядом с газовой плитой лежат 4 спичечных коробка. Все спичечные коробки содержат различное количество спичек, а всего спичек в коробках 27. Взяв любой спичечный коробок, можно все спички из него разложить по остальным спичечным коробкам так, чтобы после разложения во всех трех коробках оказалось бы одинаковое количество спичек. Мартин взял один спичечный коробок. Сколько спичек может быть в нем? Найди все возможности.

5. На рисунке четырехугольник, у которого внутренние углы при вершинах B и D прямые, а сторона AD в два раза длиннее стороны CD . Из вершины D этого четырехугольника на сторону AB опущен перпендикуляр DE длиной 10 см, который делит четырехугольник на две части ADE и $BCDE$, площади которых равны. Найди площадь четырехугольника $ABCD$.

